

# Une méthodologie générale de comparaison de modèles d'estimation régionale de crue A methodology for comparing regional flood frequency models

P. F. Rasmussen, B. Bobée et J. Bernier

Volume 7, numéro 1, 1994

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/705187ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/705187ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN

0992-7158 (imprimé)

1718-8598 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Rasmussen, P. F., Bobée, B. & Bernier, J. (1994). Une méthodologie générale de comparaison de modèles d'estimation régionale de crue. *Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, 7(1), 23–41. <https://doi.org/10.7202/705187ar>

## Résumé de l'article

L'estimation du débit QT de période de retour T en un site est généralement effectuée par ajustement d'une distribution statistique aux données de débit maximum annuel de ce site. Cependant, l'estimation en un site où l'on dispose de peu ou d'aucune données hydrologiques doit être effectuée par des méthodes régionales qui consistent à utiliser l'information existante en des sites hydrologiquement semblables au site cible. Cette procédure est effectuée en deux étapes:

(a) détermination des sites hydrologiquement semblables

(b) estimation régionale

Pour un découpage donné (étape a), nous proposons trois approches méthodologiques pour comparer les différentes méthodes d'estimation régionale. Ces approches sont décrites en détail dans ce travail. Plus particulièrement il s'agit de

- simulation par la méthode du bootstrap
- analyse de régression ou Bayes empirique
- méthode bayésienne hiérarchique

# Une méthodologie générale de comparaison de modèles d'estimation régionale de crue

A methodology for comparing regional flood frequency models

P.F. RASMUSSEN<sup>1</sup>, B. BOBÉE<sup>1</sup> et J. BERNIER<sup>1</sup>

Reçu le 15 septembre 1993, accepté pour publication le 27 octobre 1993\*.

## SUMMARY

Estimation of design flows with a given return period is a common problem in hydrologic practice. At sites where data have been recorded during a number of years, such an estimation can be accomplished by fitting a statistical distribution to the series of annual maximum floods and then computing the  $(1-1/T)$ -quantile in the estimated distribution. However, frequently there are no, or only few, data available at the site of interest, and flood estimation must then be based on regional information. In general, regional flood frequency analysis involves two major steps:

- determination of a set of gauging stations that are assumed to contain information pertinent to the site of interest. This is referred to as delineation of homogeneous regions.
- estimation of the design flood at the target site based on information from the sites of the homogeneous region

The merits of regional flood frequency analysis, at ungauged sites as well as at sites where some local information is available, are increasingly being acknowledged, and many research papers have addressed the issue. New methods for delineating regions and for estimating floods based on regional information have been proposed in the last decade, but scientists tend to focus on the development of new techniques rather than on testing existing ones. The aim of this paper is to suggest methodologies for comparing different regional estimation alternatives.

The concept of homogeneous regions has been employed for a long time in hydrology, but a rigorous definition of it has never been given. Usually, the homogeneity concerns dimensionless statistical characteristics of hydrological variables such as the coefficient of variation ( $C_v$ ) and the coefficient of skewness ( $C_s$ ) of annual flood series. A homogeneous region can then be thought of as a collection of stations with flood series whose statistical properties, except for

1. Institut national de la recherche scientifique, Université du Québec, 2800 rue Einstein, suite 105, C.P. 7500, Sainte-Foy, Québec, Canada, G1V 4C7.

\* Les commentaires seront reçus jusqu'au 31 octobre 1994.

scale, are not significantly different from the regional mean values. Tests based on L-moments are at present much applied for validating the homogeneity of a given region. Early approaches to regional flood frequency analysis were based on geographical regions, but recent tendencies are to define homogeneous regions from the similarity of basins in the space of catchment characteristics which are related to hydrologic characteristics. Cluster analysis can be used to group similar sites, but has the disadvantage that a site in the vicinity of the cluster border may be closer to sites in other clusters than to those of its own group. Burn (1990a, b) has recently suggested a method where each site has its own homogeneous region (or region of influence) in which it is located at the centre of gravity.

Once a homogeneous region has been delineated, a regional estimation method must be selected. The index flood method, proposed by Dalrymple (1960), and the direct regression method are among the most commonly used procedures. Cunnane (1988) provides an overview of several other methods. The general performance of a regional estimation method depends on the amount of regional information (hydrological as well as physiographical and climatic), and the size and homogeneity of the region considered relevant to the target site. Being strongly data-dependent, comparisons of regional models will be valid on a local scale only. Hence, one cannot expect to reach a general conclusion regarding the relative performance of different models, although some insight may be gained from case studies.

Here, we present methodologies for comparing regional flood frequency procedures (combination of homogeneous regions and estimation methods) for ungauged sites. Hydrological, physiographical and climatic data are assumed to be available at a large number of sites, because a comparison of regional models must be based on real data. The premises of these methodologies are that at each gauged site in the collection of stations considered, one can obtain an unbiased at-site estimate of a given flood quantile, and that the variance of this estimate is known. Regional estimators, obtained by ignoring the hydrological data at the target site, are then compared to the at-site estimate. Three different methodologies are considered in this study:

#### *A) Bootstrap simulation of hydrologic data*

In order to preserve spatial correlation of hydrologic data (which may have an important impact on regional flood frequency procedures), we suggest performing bootstrap simulation of vectors rather than scalar values. Each vector corresponds to a year for which data are available at one or more sites in the considered selection of stations; the elements of the vectors are the different sites. For a given generated data scenario, an at-site estimate and a regional estimate at each site considered can be calculated. As a performance index for a given regional model, one can use, for example, the average (over sites and bootstrap scenarios) relative deviation of the regional estimator from the at-site estimator.

#### *B) Regression analysis*

The key idea in this methodology is to perform a regression analysis with a regional estimator as an explanatory variable and the unknown quantile, estimated by the at-site method, as the dependent variable. It is reasonable to assume a linear relation between the true quantiles and the regional estimators. The estimated regression coefficients express the systematic error, or bias, of a given regional procedure, and the model error, estimated for instance by the method of moments, is a measure of its variance. It is preferable that the bias and the variance be as small as possible, suggesting that these quantities be used to order different regional procedures.

#### *C) Hierarchical Bayes analysis*

The regression method employed in (B) can also be regarded as the result from an empirical Bayes analysis in which point estimates of regression coefficients and

model error are obtained. For several reasons, it may be advantageous to proceed with a complete Bayesian analysis in which bias and model error are considered as uncertain quantities, described by a non-informative prior distribution. Combination of the prior distribution and the likelihood function yields through Bayes' theorem the posterior distribution of bias and model error. In order to compare different regional models, one can then calculate for example the mean or the mode of this distribution and use these values as performance indices, or one can compute the posterior loss.

*Key words : frequency analysis, regional estimation, Bayes, bootstrap, comparison*

## RÉSUMÉ

L'estimation du débit  $Q_T$  de période de retour  $T$  en un site est généralement effectuée par ajustement d'une distribution statistique aux données de débit maximum annuel de ce site. Cependant, l'estimation en un site où l'on dispose de peu ou d'aucune données hydrologiques doit être effectuée par des méthodes régionales qui consistent à utiliser l'information existante en des sites hydrologiquement semblables au site cible. Cette procédure est effectuée en deux étapes :

- (a) détermination des sites hydrologiquement semblables
- (b) estimation régionale

Pour un découpage donné (étape a), nous proposons trois approches méthodologiques pour comparer les différentes méthodes d'estimation régionale. Ces approches sont décrites en détail dans ce travail. Plus particulièrement il s'agit de

- simulation par la méthode du bootstrap
- analyse de régression ou Bayes empirique
- méthode bayésienne hiérarchique

*Mots clés : analyse de fréquence, estimation régionale, analyse bayésienne, bootstrap, comparaison*

## 1 – INTRODUCTION

Le Canada possède une proportion importante des eaux douces du monde qui y sont réparties dans des régions montrant une grande diversité géographique et climatique. La gestion et l'utilisation adéquates des eaux douces nécessitent une connaissance des écoulements aux sites où se posent les problèmes reliés tant à la planification des ouvrages de contrôle qu'à la gestion des réservoirs ou à la prévention des inondations. Cependant, en raison de la grande étendue du Canada, il serait trop coûteux d'installer un réseau de stations de mesure permettant l'acquisition de données de débit en tout point du territoire où il est nécessaire de disposer d'information hydrologique. C'est pourquoi, il arrive fréquemment que l'on ne dispose pas de suffisamment de données en des sites d'intérêt. Ce problème est

particulièrement crucial dans le cas des débits de crue, en raison des risques associés à une mauvaise estimation des écoulements :

- inondations, pertes matérielles et de vies humaines en cas de sous-estimation des débits de conception ;
- coûts de construction trop élevés en cas de surestimation des débits de conception.

Il est cependant possible, à partir de données en des stations appartenant à une même région homogène (c'est-à-dire, un ensemble de sites qui ont un comportement hydrologique semblable), d'effectuer une estimation régionale des débits en un site où l'on ne dispose pas de données suffisantes. La détermination de régions homogènes constitue donc un élément important dans toute méthodologie d'estimation régionale. Pour une région donnée, il existe plusieurs méthodes d'estimation régionale des débits de crues, qui seront présentées brièvement dans la section suivante. La qualité (précision) d'une estimation régionale dépend de la méthode d'estimation utilisée et de la définition adéquate de la région homogène. En effet, plus la région est grande, plus l'hétérogénéité peut être importante ; il s'agit donc de trouver un compromis entre la taille de la région et le degré d'homogénéité. En d'autres termes, on doit trouver la région qui, pour une méthode d'estimation donnée, conduit à la meilleure précision.

Une estimation régionale comprend donc deux étapes principales :

- la détermination d'une région homogène  $(DRH)_i$  par une méthode  $i$ ,
- le choix et l'application d'une méthode d'estimation régionale  $(MER)_j$ .

Certaines méthodes d'estimation sont très sensibles au degré d'homogénéité de la région considérée (par exemple les méthodes du type *indice de crue*) tandis que d'autres (méthodes bayésiennes) qui prennent en compte l'hétérogénéité dans la modélisation le sont moins. La recherche de la meilleure méthode d'estimation régionale doit alors être effectuée parmi les combinaisons des couples  $C_{ij} = (DRH)_i (MER)_j$ .

L'estimation du débit de crue  $Q_T$  (correspondant à une période de retour  $T$ ) en un site à partir des séries de débit maximum annuel a fait l'objet de nombreuses études de comparaison de distributions statistiques et de méthodes d'estimation. Des simulations de type « Monte Carlo » sont souvent utilisées dans ces études. La comparaison de modèles régionaux est cependant beaucoup plus délicate, car elle nécessite l'utilisation de données réelles ; en effet, l'hétérogénéité des caractéristiques hydrologiques, physiographiques et climatiques et leurs interrelations observées dans la nature ne peut être simulée de manière simple. De plus, les méthodes existantes de délimitation des régions homogènes impliquent un certain degré de subjectivité, qui a une incidence sur les comparaisons utilisant la simulation de données hydrologiques. Dans le cas de l'ajustement d'une distribution statistique aux données de débit maximum annuel en un site, le biais d'estimation d'un quantile  $Q_T$ , obtenu en utilisant une combinaison (D/E) d'une loi statistique et d'une méthode d'estimation donnée, est relativement faible et peut être quantifié par une simulation de Monte Carlo, pourvu que les données soient tirées de la loi considérée. Cependant, dans le cas de modèles régionaux, le biais peut être très important et difficile à estimer parce

que les paramètres de distribution aux différents sites ne sont pas connus. En raison des nombreuses difficultés rencontrées lors des comparaisons de modèles régionaux, ce type d'étude n'a été effectué que d'une manière superficielle. Le but de ce travail est de développer une méthodologie générale de comparaison des modèles d'estimation régionale de débits de crue.

Dans ce qui suit, nous présentons brièvement les diverses approches d'estimation régionale de crue et donnons une description détaillée de la méthodologie de comparaison de ces approches.

• •

## 2 – MODÈLES RÉGIONAUX

Lorsque l'information hydrologique en un site est absente ou insuffisante, l'estimation d'un quantile de crue peut être effectuée par des modèles régionaux. Le principe de base est d'ajouter à l'information locale une information spatiale provenant de bassins ayant un régime hydrologique similaire à celui du bassin cible (donc faisant partie de la même région homogène). Pour une station non jaugée, il s'agit généralement d'utiliser une relation entre des variables physiographiques/climatiques et des variables hydrologiques afin de déterminer  $Q_T$  à partir de la connaissance des variables physiographiques relatives au site. La méthode de régression est souvent utilisée pour estimer cette relation.

### 2.1 Délimitation des régions homogènes

En général, les méthodes d'estimation régionale supposent l'existence d'une région homogène, c'est-à-dire un regroupement de sites ayant le même comportement par rapport à certaines variables hydrologiques. L'identification des régions homogènes est donc une composante importante dans l'application des modèles d'estimation régionale de crue. Cependant, la définition d'homogénéité est vague et les données disponibles en pratique ne permettent pas d'effectuer des tests statistiques puissants. On considère généralement l'homogénéité de variables hydrologiques telles que le coefficient de variation ( $C_v$ ) et le coefficient d'asymétrie ( $C_s$ ) des séries de débit maximum annuel. On cherche alors à déterminer des groupes de sites jaugés pour lesquels  $C_v$  et  $C_s$  peuvent être considérés comme constants, tout au moins à un degré tel qu'un test (statistique ou subjectif) ne permet pas de rejeter l'hypothèse d'homogénéité.

Le concept de région homogène regroupant des sites géographiquement voisins a été largement utilisé en hydrologie (NERC, 1975 ; BEABLE et MCKERCHAR, 1982). Ce type de regroupement est justifié si les facteurs qui déterminent le régime hydrologique sont régionaux. Par exemple, la précipitation moyenne annuelle, le type de sol et l'altitude sont souvent de caractère régional. Cependant, il existe certains facteurs importants pour

l'écoulement qui ne sont pas nécessairement liés à la position du bassin dans l'espace géographique. Il s'agit surtout de la superficie et de la forme des bassins versants. C'est pourquoi on préfère souvent définir l'homogénéité en fonction de la proximité dans l'espace des variables physiographiques ou météorologiques. Ainsi, WILTSHIRE (1985) a déterminé des régions homogènes en fonction de la superficie du bassin versant, de la précipitation et du type du sol. Plusieurs auteurs ont utilisé des méthodes de classification (« cluster analysis ») dans l'espace des variables physiographiques ou climatiques (MOSLEY, 1981 ; WILTSHIRE, 1986a, b ; BURN, 1989). ACREMAN et WILTSHIRE (1989) ont introduit la notion d'appartenance partielle à une région. BURN (1990a, b) a ensuite développé la méthode des régions d'influence dans laquelle on attribue à chaque site sa propre région homogène. Ceci implique que même si un site A appartient à la région d'influence d'un site B, le site B n'est pas nécessairement dans la *région d'influence* du site A. La distance entre deux stations est toujours évaluée dans l'espace des variables physiographiques ou météorologiques. Lors de l'estimation d'un quantile en un site donné, la contribution de chaque site de la région d'influence est pondérée en fonction de sa distance avec le site cible.

## 2.2 Méthodes d'estimation régionale

Il existe plusieurs méthodes pour estimer un quantile en un site non jaugé appartenant à une région homogène donnée. Il s'agit de méthodes conceptuelles, empiriques ou statistiques. Les méthodes statistiques, que nous considérons ici, peuvent être regroupées selon les catégories suivantes :

- méthodes de type *stations-années* ("station year") ;
- méthodes de type *indice de crue* ("index flood") ;
- méthodes de régression directe ;
- méthodes bayésiennes.

### Méthodes de type stations-années

Cette méthode suppose que toutes les données d'une région suivent la même distribution statistique à un paramètre d'échelle près. On peut alors standardiser les données en chaque site en divisant chaque valeur par le débit moyen au site ( $\bar{Q}$ ) et ensuite regrouper les données des différents sites de la région pour obtenir un échantillon représentatif de la distribution régionale. Il est alors possible d'estimer les quantiles régionaux standardisés,  $q_T$ . Pour un site donné, on peut obtenir une estimation du débit de période de retour  $T$ ,  $Q_T = q_T \bar{Q}$ . S'il n'y a aucune information hydrologique locale, on peut établir une relation entre  $\bar{Q}$  et des caractéristiques physiographiques/climatiques (STEDINGER et TASKER, 1985). Cependant, la méthode est basée sur l'hypothèse qu'il n'y a aucune corrélation entre les données des différents sites d'une région (corrélation spatiale). En effet, il s'avère que la performance de cette méthode est très sensible à cette corrélation, qui en pratique peut être observée entre stations d'une région homogène ; c'est pourquoi la méthode stations-années est peu utilisée.

### Méthodes de type indice de crue

Les méthodes de type indice de crue sont elles aussi basées sur l'hypothèse que les données des différents sites d'une région considérée suivent la même loi à un paramètre d'échelle près et qu'il n'y a pas de corrélation spatiale. Cependant, la performance de la méthode d'estimation régionale dans le cas où les hypothèses de base ne sont pas respectées est bien meilleure que dans le cas de la méthode stations-années. Au lieu de considérer toutes les données standardisées de la région comme un seul échantillon, on calcule la moyenne régionale de quelques caractéristiques statistiques qui servent ensuite à estimer la distribution régionale. Cette méthode a été proposée par DALRYMPLE (1960) qui a fait l'hypothèse que la loi de Gumbel (loi des valeurs extrême de type 1) était généralement applicable. Pour chaque site d'une région, il a proposé d'estimer un ensemble de quantiles standardisés (divisés par la moyenne) à l'aide du papier de probabilité et ensuite de calculer un quantile régional  $Q_T$  comme la médiane des estimations  $(Q_T)_i$  aux sites  $i$  ( $i = 1, \dots, p$ ). Pour des stations non jaugées, le débit moyen peut être estimé à partir des caractéristiques physiographiques ou climatiques. La méthode de Dalrymple, abandonnée pendant quelques années, a récemment connu une nouvelle popularité en hydrologie suite à la publication d'un rapport du Conseil de l'Environnement du Royaume Uni (NERC, 1975) qui a recommandé une approche similaire à celle de Dalrymple. Plusieurs auteurs ont également montré que des méthodes basées sur des moyennes régionales de moments pondérés donnent de bons résultats (WALLIS, 1980 ; HOSKING *et al.*, 1985 ; LETTENMAIER *et al.*, 1987 ; CUNNANE, 1988).

### Méthodes de régression directe

On peut également établir une relation directe entre les quantiles de crue et des variables explicatives physiographiques ou climatiques. On considère généralement le modèle suivant :

$$Q_T = e^{\alpha_0} C_1^{\alpha_1} C_2^{\alpha_2} \dots C_p^{\alpha_p} e^{\varepsilon} \quad (1)$$

où  $C_i$  sont des variables explicatives,  $\alpha_i$ , des paramètres à estimer et  $\varepsilon$ , une erreur normale ; la transformation logarithmique de l'équation (1) donne :

$$\log Q_T = \alpha_0 + \alpha_1 \log C_1 + \alpha_2 \log C_2 \dots \alpha_p \log C_p + \varepsilon \quad (2)$$

Les paramètres peuvent ensuite être estimés par la méthode des moindres carrés. STEDINGER et TASKER (1985, 1986) ont recommandé la méthode des moindres carrés généralisés ou pondérés, car en toute rigueur la méthode classique des moindres carrés ne peut être appliquée puisque les estimations des quantiles  $Q_T$  sont souvent corrélées et ont des variances différentes. La superficie du bassin de drainage, la forme du bassin, la pente du cours d'eau principal, la précipitation moyenne annuelle, le pourcentage de lacs et le type de sol sont parmi les variables explicatives les plus souvent considérées en pratique. Le même type d'analyse de régression est considéré dans les méthodes *stations-années* et *indice de crue* en utilisant le débit moyen annuel comme variable dépendante. De plus, la régression directe ne nécessite pas



que les données aux différents sites suivent la même distribution statistique, il en résulte que cette méthode est moins sensible à l'hétérogénéité de la région considérée.

### Méthodes bayésiennes

Les méthodes bayésiennes sont encore peu considérées en hydrologie, car elles sont moins familières aux hydrologues que les méthodes classiques. Le principe de base des méthodes bayésiennes est de construire une distribution *a priori* des variables hydrologiques d'intérêt dont les paramètres sont des fonctions des variables physiographiques ou climatiques, estimées sur la base d'une étude régionale. Ce type d'approche a été utilisé par CUNNANE et NASH (1974), VICENS *et al.* (1975), WOOD et RODRIGUEZ-ITURBE (1975), KUCZERA (1982, 1983) et BERNIER (1990). Ces modèles permettent de tenir compte explicitement de l'hétérogénéité dans la région considérée. Cependant, la performance du modèle est fonction du degré d'homogénéité. LETTENMAIER et POTTER (1985) ont comparé des modèles bayésiens avec des modèles du type indice de crue et ils ont conclu que ces derniers peuvent donner de meilleurs résultats.

## 3 – Méthodologie de comparaison de modèles régionaux

### 3.1 Considérations générales

La qualité d'une estimation régionale est fonction de plusieurs facteurs, en particulier du niveau d'information disponible (hydrologique, physiographique, météorologique), de l'homogénéité et de la taille (nombre de stations) de la région considérée ainsi que de la méthode d'estimation utilisée. Considérons maintenant le cas pratique où l'on recherche le meilleur modèle d'estimation régionale pour estimer un quantile en *un site non jaugé*. Pour atteindre cet objectif, il est nécessaire de disposer d'une méthodologie de classement des modèles d'estimation régionale afin de déterminer le plus précis (c'est-à-dire celui qui donne généralement l'estimation la plus proche de la vraie valeur). Soulignons qu'un tel classement est fortement lié au type d'information utilisée et valable, en toute rigueur, uniquement pour la zone d'étude, ce qui explique la difficulté d'obtenir des conclusions très générales concernant la performance des différents modèles d'estimation régionale. Cependant, si les conclusions obtenues ne sont pas rigoureusement transposables de la région d'étude à une autre région, elles constituent une bonne indication de la performance relative des différents modèles. De plus, la méthodologie de comparaison proposée dans cette étude est transposable pour l'estimation régionale des crues dans une autre région géographique ou pour l'estimation d'autres variables hydrométéorologiques (débit moyen, précipitation maximale, etc.)

Il est reconnu que pour un site où l'on dispose de suffisamment de données, l'estimation locale donne en général un meilleur résultat que toute

estimation purement régionale. C'est pourquoi on effectuera la classification des modèles d'estimation régionale en comparant leurs résultats avec des estimations locales qui serviront de référence. En pratique on adoptera la démarche suivante :

- dans la région d'étude, on sélectionne  $M$  sites cibles avec une information suffisante et de qualité pour lesquels on effectue une estimation locale du quantile  $Q_T$  par ajustement d'une distribution statistique à la série de données au site, pour obtenir  $\hat{Q}_{T,s}$ .

- pour chaque site cible retenu dans l'étape précédente on effectue, en supposant que l'on ne dispose d'aucune information hydrologique en ce site, une estimation du quantile  $Q_T$  par une méthode d'estimation régionale  $[MER]_j$  pour obtenir l'estimation  $\hat{Q}_{T,r,j}$ .

- pour un découpage  $[DRH]_i$  donné, la performance d'un modèle d'estimation régionale  $[MER]_j$  du quantile  $Q_T$  est évaluée en comparant l'estimation régionale  $\hat{Q}_{T,r,j}$  avec l'estimation locale  $\hat{Q}_{T,s}$  qui sert de référence.

Pour classer les différents modèles en fonction de leur capacité à estimer un quantile donné, il faut calculer un (ou plusieurs) indice de performance pour chaque méthode. A cause du biais important sur les estimations des quantiles, il est nécessaire de considérer un indice de performance du type erreur moyenne quadratique, car la variance d'échantillonnage elle-même est moins informative dans le cas des modèles régionaux. Ce biais est dû aux *différents facteurs physiographiques et météorologiques importants pour le régime d'écoulement* qui ne sont pas inclus dans le modèle régional ; c'est-à-dire que, même avec une connaissance complète du régime hydrologique des stations du voisinage (aucune erreur d'échantillonnage), on n'est pas en mesure d'estimer sans erreur un quantile en un site où il n'y a pas de données. Pour quantifier ce biais il est donc nécessaire de considérer la moyenne des erreurs estimées en plusieurs sites. En effet, l'analyse de performance doit être effectuée sur un nombre de stations assez élevé et surtout, elle doit être basée sur des données réelles car l'hétérogénéité des caractéristiques hydrologiques, physiographiques et climatiques observées dans la nature et les liens entre ces variables ne peut être simulée de façon réaliste. Nous envisagerons dans ce qui suit trois approches pour comparer et classer des modèles d'estimation régionale de crue.

### 3.2 Comparaison basée sur des simulations par la méthode du bootstrap

Pour pouvoir effectuer une comparaison telle que décrite précédemment, on doit avoir accès à une banque de données comprenant des variables hydrologiques (séries de débits maximums annuels), physiographiques (superficie, pente du bassin de drainage, etc.) et météorologiques (précipitation annuelle moyenne, température, etc.) Soulignons qu'un indice de performance comprend nécessairement deux éléments de caractères très différents :

- l'un est relié à l'erreur d'échantillonnage, tant sur l'estimation régionale que sur l'estimation au site qui sert de base de comparaison ;

- l'autre est l'erreur systématique du modèle régional, précédemment appelée biais.

L'erreur d'échantillonnage peut être simulée par la méthode de Monte Carlo ou par la méthode du bootstrap (EFRON, 1979), qui, comme on le justifiera plus loin, sera préférée dans cette étude. L'erreur systématique ou le biais doit être estimé en faisant la moyenne des erreurs observées pour l'ensemble des sites cibles. En pratique, pour effectuer cette comparaison, on doit disposer d'un grand nombre de stations (pour bien estimer l'erreur spatiale) pour lesquelles on dispose de séries assez longues (pour bien estimer l'erreur temporelle).

Nous supposons qu'à partir des variables hydrologiques, physiographiques et météorologiques, il est possible de délimiter des régions hydrologiquement homogènes. Une même méthode de détermination de régions homogènes [DRH] peut, en raison de son caractère subjectif, conduire à plusieurs délimitations (ou régions homogènes) différentes. Pour un découpage donné (i) et pour une méthode d'estimation [MER]<sub>j</sub> donnée, nous proposons de calculer un indice de performance selon la démarche suivante :

1. Générer un scénario (j) de données régionales par la méthode de simulation non paramétrique du bootstrap (EFRON, 1979), qui consiste à tirer les observations de manière non exhaustive (c'est-à-dire avec remise) dans une série de données observées. Ainsi, les principales caractéristiques statistiques des échantillons observés sont reproduites dans les séries simulées sans faire d'hypothèse sur la distribution des données observées. Les détails des applications de la méthode du bootstrap envisagées dans cette étude sont présentés plus loin.

2. Estimer le débit  $Q_T$  d'une période de retour  $T$  pas trop élevée ( $T \leq 100$ ) aux  $M$  sites cibles en utilisant seulement l'information locale. Cette estimation, notée dans ce qui suit  $\hat{Q}_s^i$  est obtenue en ajustant une loi statistique, qui doit être flexible (à au moins trois paramètres) afin d'éviter un biais dans l'estimation locale.

3. Utiliser une méthode régionale pour estimer  $Q_T$  en chaque site cible (i) en supposant qu'il n'y a pas de données en ce site. Cette estimation régionale est notée  $\hat{Q}_r^i$ .

4. Pour chaque site  $i$  et pour chaque scénario de données  $j$ , on calcule une erreur quadratique normalisée,  $E_{ij} = \left[ (\hat{Q}_r^i - \hat{Q}_s^i) / \hat{Q}_s^i \right]^2$ . Cette quantité

donne une indication de l'écart entre l'estimation régionale et l'estimation locale prise comme référence. On fait l'hypothèse (vraisemblable dans le cas d'une série longue) que l'estimation locale est sans biais et que sa variance est moins grande que celle de l'estimation régionale.

5. Les étapes 1 à 4 sont répétées  $N$  fois ( $j = 1, \dots, N$ ), ce qui permet de calculer pour chaque site (i) la moyenne de l'erreur quadratique normalisée

$$\bar{E}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_{ij} \text{ pour } N \text{ scénarios.}$$

6. On calcule ensuite la moyenne pour l'ensemble des  $M$  sites. En pratique, on préfère souvent utiliser la racine carrée de l'erreur quadratique, et on obtient alors l'indice de performance  $\Theta_1$  défini par :

$$\Theta_1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \omega_i \sqrt{\bar{E}_i} \quad (3)$$

La quantité  $\sqrt{\bar{E}_i}$  est une caractéristique du modèle régional, mais sa précision varie d'un site à l'autre. C'est pourquoi nous proposons de considérer un poids relatif  $\omega_i$  inversement proportionnel à  $\text{Var} \{ \sqrt{\bar{E}_i} \}$  :

$$\omega_i = \frac{1}{\text{Var} \{ \sqrt{\bar{E}_i} \}} \left[ \sum_{k=1}^M \frac{1}{\text{Var} \{ \sqrt{\bar{E}_k} \}} \right]^{-1} \quad (4)$$

On peut montrer que l'on a approximativement :

$$\text{Var} \{ \sqrt{\bar{E}_i} \} \approx \left[ \frac{1}{2\sqrt{\bar{E}_i}} \right]^2 \text{Var} \{ \bar{E}_i \} = \frac{1}{4\bar{E}_i} \frac{1}{N} \text{Var} \{ E_i \} \quad (5)$$

Dans cette expression, les quantités  $\bar{E}_i$  et  $\text{Var} \{ E_i \}$  peuvent être estimées lors des simulations par la méthode du bootstrap.

L'indice de performance donné à l'étape 6 (équation 3) résume la performance globale d'un modèle régional et peut par conséquent être utilisé pour le classement des différentes méthodes d'estimation régionale. Cependant, d'autres indices de performance peuvent présenter un intérêt particulier, comme par exemple  $\Theta_2$  défini par :

$$\Theta_2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \omega_i \left| \frac{\bar{Q}_r^i - \bar{Q}_s^i}{\bar{Q}_r^i} \right| \quad (6)$$

où  $\bar{Q}_r^i$  et  $\bar{Q}_s^i$  sont les moyennes des estimations au site  $i$  obtenues respectivement par la méthode régionale et par la méthode qui n'utilise que l'information locale. Ces moyennes sont calculées sur l'ensemble des simulations ( $j = 1, \dots, N$ ) effectuées par la méthode du bootstrap. Cet indice de performance est une mesure du biais du modèle régional. Dans la relation (6) on doit considérer la moyenne des valeurs absolues des biais relatifs à chaque site pour avoir un bon indicateur de performance du modèle étudié. Une bonne estimation de  $\Theta_2$  pourrait être obtenue directement en considérant la détermination de  $\bar{Q}_r^i$  et  $\bar{Q}_s^i$  à partir des séries observées, puisque ces estimations sont voisines de  $\bar{Q}_r^i$  et  $\bar{Q}_s^i$ . Cependant le principal intérêt du bootstrap est de permettre la détermination des poids  $\omega_i$  qui interviennent dans la relation (6). Notons que ces poids sont différents de ceux utilisés dans la relation (3), mais qu'ils peuvent être calculés de la même manière en utilisant des formules approximatives.

On pourrait également considérer un autre indice de performance basé sur un quantile élevé (90 % probabilité au non dépassement par exemple) de la distribution empirique de  $\left| (\bar{Q}_r^i - \bar{Q}_s^i) / \bar{Q}_s^i \right|$ . Cette valeur serait alors représentative des plus mauvaises performances du modèle. Comme précédemment, le calcul de cet indice pourrait être effectué directement à partir des séries observées.

Le calcul des indices de performance donnés par les relations (3) et (6) est effectué en utilisant la méthode du bootstrap. Cette méthode permet de *simuler des données de façon non paramétrique (sans faire l'hypothèse d'une distribution)* tout en conservant les caractéristiques de l'échantillon. Elle présente donc dans notre cas un avantage significatif par rapport à une méthode de type Monte Carlo qui nécessite de faire l'hypothèse a priori d'une distribution au site.

La méthode du bootstrap peut être utilisée de deux manières :

- on peut générer des données indépendamment en chaque site pour calculer ensuite un ou plusieurs indices de performance pour l'ensemble des sites (bootstrap scalaire) ;
- on peut également générer des données de façon vectorielle ; dans ce cas, les composantes de chaque vecteur correspondent aux données à chaque site et chaque vecteur à une année où il y a une observation pour au moins un des sites. Le *bootstrap vectoriel* a pour principal avantage de permettre de reproduire de manière simple la corrélation spatiale des données observées aux différents sites.

En effet, il est connu que pour des méthodes telles que l'indice de crue (DALRYMPLE, 1960), l'information régionale diminue avec la corrélation spatiale (STEDINGER, 1983). Cela peut en général diminuer la précision de l'estimation régionale à moins que cette corrélation ne soit directement exploitée dans l'estimation, par exemple par extension des séries courtes. Les problèmes causés par l'existence de corrélation spatiale ont été étudiés par plusieurs auteurs (STEDINGER, 1983 ; HOSKING et WALLIS, 1988).

En ce qui concerne la simulation de données corrélées spatialement, deux approches peuvent être envisagées :

- une méthode de type Monte Carlo qui nécessite la normalisation des données par une transformation logarithmique, par exemple, ou, plus généralement, par une transformation Box-Cox. L'estimation de la matrice de covariance peut être effectuée dans l'espace transformé, mais la structure de corrélation dans l'espace réel n'est pas conservée. Plusieurs auteurs ont étudié ce problème et ont recommandé des méthodes pour préserver les corrélations observées (BURGES, 1972 ; MEJIA *et al.*, 1974). Cependant, un problème important se pose dans l'estimation de la matrice des covariances puisqu'en pratique, les différents sites considérés n'ont généralement pas le même nombre de données et que les séries ne sont pas concomitantes (STEDINGER, 1980) ;

- par contre, la méthode du bootstrap vectoriel peut être utilisée de manière à reproduire la structure de corrélation observée et ne nécessite pas d'hypothèse sur la distribution des données aux différents sites. L'idée de base de cette approche originale est d'appliquer la méthode du bootstrap sur

des vecteurs plutôt que sur des données scalaires. A chaque année d'observation on fait correspondre un vecteur dont les  $M$  composantes sont les débits aux  $M$  sites considérés. En général, il y aura des éléments manquants dans chaque vecteur en raison de la non-concomitance. Si l'on dispose de  $N$  années avec au moins une observation, on effectue alors de manière non exhaustive  $N$  tirages parmi les  $N$  vecteurs en notant pour chaque site la donnée observée si elle existe. Afin de reproduire le mieux possible la taille des séries observées, il est souhaitable que les données aux différents sites soient aussi concomitantes que possible. On peut noter que la taille moyenne de l'échantillon obtenu en chaque site par la méthode du bootstrap vectoriel est égale à la taille de la série observée à ce site ; par contre, lorsque la taille de la série observée est inférieure à  $N$ , la taille des séries générées en un site est variable. Plusieurs approches peuvent être envisagées pour pallier cet inconvénient ; on peut par exemple appliquer la méthode du bootstrap directement sur des sous-ensembles d'années. Le calcul des indices de performance peut ensuite être effectué selon la procédure décrite précédemment.

### 3.3 Comparaison basée sur des méthodes régressives (Bayes empirique)

La précision d'un modèle régional peut être évaluée par des méthodes bayésiennes, dont nous présentons deux variantes. La première approche, décrite dans cette section, est basée sur la méthode bayésienne empirique.

Nous supposons comme précédemment que l'on peut estimer en chaque site le quantile  $Q_T$  de manière non biaisée par l'ajustement d'une loi statistique. La variance de cette estimation doit être connue et peut, en général, être déterminée par des formules asymptotiques ou par simulation. Si l'on fait l'hypothèse que l'erreur d'estimation du quantile  $Q_T$  au site  $i$  est distribuée selon une loi normale, on obtient alors pour la station  $i$  :

$$\hat{Q}_i^s = Q_i + \varepsilon_i \quad \text{où } \varepsilon_i \in N(0, \sigma_i^2) \quad (7)$$

où  $Q_i$  représente la vraie valeur inconnue du quantile  $Q_T$ ,  $\hat{Q}_i^s$  est l'estimation locale de cette valeur, et l'erreur de l'estimation,  $\varepsilon_i$ , suit une loi normale de moyenne zéro et de variance connue  $\sigma_i^2$ .  $Q_i$  peut également être estimé par une méthode purement régionale, ce qui permet d'écrire :

$$Q_i = \hat{Q}_i^r + \delta_i \quad (8)$$

où  $\delta_i$  représente l'erreur de l'estimation régionale. On a montré précédemment que le biais des modèles régionaux peut être assez important pour un site donné. Cependant, le biais pour l'ensemble des stations (moyenne des biais aux sites) est en général faible, mais ne peut être complètement négligé. C'est pourquoi nous proposons la forme suivante :

$$Q_i = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{Q}_i^r + \delta_i \quad (9)$$

où  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  représentent respectivement le biais constant et le biais relatif. Cette formulation justifie l'hypothèse que l'erreur suit une loi normale de

moyenne zéro et de variance  $\lambda_i^2 V^2$ . La constante  $\lambda_i$  est un facteur d'échelle qui peut raisonnablement être estimé par la superficie du bassin versant. Un modèle régional donné est alors caractérisé par la valeur des paramètres  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $V^2$  :

–  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  donnent le biais du modèle régional pour l'ensemble des stations (qui ne doit pas être confondu avec le biais à un site donné) ;

–  $V^2$  est la variance du modèle qui comprend la variation d'échantillonnage en un site donné et l'erreur systématique du modèle.

Si un modèle régional est exact, alors les paramètres  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  seront respectivement égaux à zéro et  $V^2$  sera égal à zéro. Le classement de méthodes peut donc être effectué à partir des valeurs des paramètres ( $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $V^2$ ) estimés pour les différents modèles en les comparant aux valeurs idéales (0,1,0).

Le même type de comparaison est obtenu si l'on suit l'approche empirique de Bayes. Pour cela, on suppose que les quantiles théoriques sont tirés de façon aléatoire d'une « superpopulation » telle que définie par KUCZERA (1982). Ainsi, pour le site  $i$ , la moyenne de cette distribution est donnée en notation matricielle par  $\alpha_0 + \alpha_1 \hat{Q}_i^T = \underline{X}_i \underline{\alpha}$  où  $\underline{X}_i = (1, \hat{Q}_i^T)$  et  $\underline{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1)^T$ . Les variables  $(Q_i - \underline{X}_i \underline{\alpha})/\lambda_i$  peuvent alors être considérées comme échangeables, ce qui implique que la distribution jointe des  $M$  variables  $(Q_i - \underline{X}_i \underline{\alpha})/\lambda_i$  est invariante si on les permute de façon quelconque (DE FINETTI, 1937). Cette notion d'échangeabilité est une alternative séduisante à la notion de région homogène qui est définie de manière très vague. Les paramètres  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  et la dispersion  $V^2$  de la distribution de  $(Q_i - \underline{X}_i \underline{\alpha})/\lambda_i$  peuvent servir pour le classement des différents modèles.

Il s'agit alors d'estimer les paramètres  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $V^2$  correspondants à un modèle régional. La combinaison de (7) et (9) permet d'écrire

$$\hat{Q}_i^s = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{Q}_i^T + \delta_i + \varepsilon_i \quad (10)$$

$\hat{Q}_i^s$  suit au sens bayésien une loi normale de moyenne  $\underline{X}_i \underline{\alpha}$  et de variance  $(\sigma_i^2 + \lambda_i^2 V^2)$  et l'on obtient :

$$\hat{Q}_i^s \in N(\underline{X}_i \underline{\alpha} ; \sigma_i^2 + \lambda_i^2 V^2) \quad (11)$$

Le principal intérêt de cette présentation est de permettre la détermination de la distribution normale jointe des  $M$  estimations  $\hat{Q}_i^s$  qui, en faisant l'hypothèse d'indépendance entre sites, est donnée par :

$$f_M(\hat{Q}^s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^M \sqrt{2\pi(\sigma_i^2 + \lambda_i^2 V^2)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(\hat{Q}_i^s - \underline{X}_i \underline{\alpha})^2}{(\sigma_i^2 + \lambda_i^2 V^2)} \right\} \quad (12)$$

Si l'on introduit la matrice diagonale  $\underline{\Sigma}^{-1}$  dont l'élément  $\Sigma_{ii}^{-1}$  est  $(\sigma_i^2 + \lambda_i^2 V^2)^{-1}$  et la matrice  $\underline{X}$  de dimensions  $(M \times 2)$  dont la ligne numéro  $i$  contient le vecteur  $\underline{X}_i = (1, \hat{Q}_i^r)$ , l'équation (12) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$f_m(\hat{\underline{Q}}^s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^M} \sqrt{\det(\underline{\Sigma})}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \underline{\alpha})^T \underline{\Sigma}^{-1} (\hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \underline{\alpha}) \right\} \quad (13)$$

Cette relation contient les paramètres inconnus  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $V^2$ . Pour une valeur de  $V^2$  connue, on peut estimer le vecteur  $\underline{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1)^T$  en notant qu'il s'agit d'une régression multiple. On obtient par la méthode de moindres carrés pondérés l'estimation :

$$\hat{\underline{\alpha}} = (\underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X})^{-1} (\underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \hat{\underline{Q}}^s) \quad (14)$$

Une équation supplémentaire est nécessaire pour déterminer les trois paramètres, car  $\underline{\Sigma}^{-1}$  n'est pas connu. STEDINGER et TASKER (1986) ont étudié et comparé les différents estimateurs de  $V^2$  et ils ont recommandé l'estimateur obtenu par la méthode des moments donné par :

$$(\hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \hat{\underline{\alpha}})^T \hat{\underline{\Sigma}}^{-1} (\hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \hat{\underline{\alpha}}) = M - 2 \quad (15)$$

On doit alors résoudre le système d'équations donné par (14) et (15) pour trouver les estimations des paramètres  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $V^2$ . Il n'y a pas de solution explicite pour ce système, mais on peut utiliser une méthode itérative afin de le résoudre. En fixant une valeur raisonnable de  $V^2$ , on peut en déduire la matrice  $\underline{\Sigma}^{-1}$  tel que  $\Sigma_{ii}^{-1} = (\sigma_i^2 + \lambda_i^2 V^2)^{-1}$  et ensuite déterminer  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  par l'équation (14). A partir de ces valeurs on calcule une nouvelle valeur de  $V^2$  par (15) et la procédure est répétée jusqu'à ce que les valeurs des paramètres se stabilisent. Cette procédure est en général assez robuste et converge rapidement.

Si le nombre de sites considérés est grand et si les séries ne sont pas trop courtes, la méthode bayésienne empirique donnera des résultats raisonnables. Cependant, il peut arriver en pratique que l'estimation de  $V^2$ , obtenue par la procédure de Bayes empirique décrite précédemment, soit négative. Cette situation peut se présenter en particulier si la variance d'échantillonnage des quantiles estimés à partir des données au site (base de comparaison) est importante par rapport à la variance des modèles régionaux. Il est alors souhaitable de disposer d'un nombre assez élevé de stations avec des séries assez longues alors qu'en pratique les séries d'observations pour la plupart des sites jaugés sont courtes (20-30 années). On peut alors utiliser une méthode Bayésienne hiérarchique décrite dans ce qui suit.



### 3.4 Comparaison basée sur la méthode bayésienne hiérarchique

Cette approche est une extension naturelle de la procédure empirique de Bayes dans laquelle seule l'estimation ponctuelle des paramètres inconnus est considérée. La méthode bayésienne hiérarchique permet d'incorporer l'incertitude de ces paramètres de façon explicite ou d'introduire de l'information supplémentaire. On suppose d'abord une forme particulière de la distribution *a priori* de  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $V^2$ . En utilisant le théorème de Bayes, cette distribution peut être combinée avec la fonction de vraisemblance pour donner la distribution *a posteriori*. Puisque  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  sont les paramètres d'une équation de régression et que  $V^2$  est une variance, la distribution de probabilité *a priori* suivante peut être suggérée :

$$f_0(\alpha_0, \alpha_1, V^2) \propto \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{\lambda_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda_i^2 V^2} \quad \alpha_0, \alpha_1 \in \mathcal{R}; \quad V \in \mathcal{R}_+ \quad (16)$$

Cette distribution *a priori* non informative bien que n'obéissant pas strictement à la règle de Jeffrey (BOX et TIAO, 1973) est un choix raisonnable. On notera que la distribution ne peut être intégrée dans le domaine de définition, ce qui n'empêche pas d'effectuer l'étude puisque il est suffisant que la distribution *a posteriori* soit intégrable. L'avantage de la relation (16) est qu'elle conduit à des valeurs  $V^2 > 0$ . L'équation (16) peut être combinée avec la fonction de vraisemblance par la formule de Bayes qui, sous forme générale, s'écrit :

$$f(\alpha_0, \alpha_1, V^2 | \hat{Q}_s) \propto f_0(\alpha_0, \alpha_1, V^2) L(\hat{Q}_s | \alpha_0, \alpha_1, V^2) \quad (17)$$

où  $f(\alpha_0, \alpha_1, V^2 | \hat{Q}_s)$  est la distribution *a posteriori* et  $L(\hat{Q}_s | \alpha_0, \alpha_1, V^2) = f_m(\hat{Q}_s)$  a été définie dans la section précédente. La distribution *a posteriori*  $f(\alpha_0, \alpha_1, V^2 | \hat{Q}_s)$  comprend trois variables, ce qui rend son interprétation difficile. C'est pourquoi il est préférable de considérer la distribution marginale *a posteriori* de  $V^2$  qui peut être obtenue par l'intégration de  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$ . Ces deux paramètres apparaissent uniquement dans le terme quadratique de la fonction de vraisemblance. Afin d'intégrer (17) par rapport à  $\alpha$  on peut écrire le terme quadratique de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & (\hat{Q}^s - \underline{X}\alpha)^T \underline{\Sigma}^{-1} (\hat{Q}^s - \underline{X}\alpha) \\ &= \left[ (\hat{Q}^s - \underline{X}\hat{\alpha}) - \underline{X}(\alpha - \hat{\alpha}) \right]^T \underline{\Sigma}^{-1} \left[ (\hat{Q}^s - \underline{X}\hat{\alpha}) - \underline{X}(\alpha - \hat{\alpha}) \right] \\ &= (\hat{Q}^s - \underline{X}\hat{\alpha})^T \underline{\Sigma}^{-1} (\hat{Q}^s - \underline{X}\hat{\alpha}) + (\alpha - \hat{\alpha})^T \underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X} (\alpha - \hat{\alpha}) \\ &\quad - (\hat{Q}^s - \underline{X}\hat{\alpha})^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X} (\alpha - \hat{\alpha}) - (\alpha - \hat{\alpha})^T \underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} (\hat{Q}^s - \underline{X}\hat{\alpha}) \end{aligned} \quad (18)$$

Dans l'équation (18) les deux derniers termes sont nuls, car  $\hat{\underline{\alpha}}$  est la solution de  $\underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X} \underline{\alpha} = \underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \hat{\underline{Q}}^s$  (équation 14), ce qui implique que :

$$\left( \hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \hat{\underline{\alpha}} \right)^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X} (\underline{\alpha} - \hat{\underline{\alpha}}) = \left( \underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \hat{\underline{Q}}^s - \underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X} \hat{\underline{\alpha}} \right)^T (\underline{\alpha} - \hat{\underline{\alpha}}) = 0. \quad (19)$$

En se limitant aux termes en  $\underline{\alpha}$  de l'équation (18) on obtient :

$$\begin{aligned} & \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \underline{\alpha} \right)^T \underline{\Sigma}^{-1} \left( \hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \underline{\alpha} \right) \right\} = \\ & \text{const} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\underline{\alpha} - \hat{\underline{\alpha}})^T \underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X} (\underline{\alpha} - \hat{\underline{\alpha}}) \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

Puisqu'il s'agit du noyau d'une loi normale, cette dernière expression peut facilement être intégrée par rapport à  $\underline{\alpha}$  pour donner :

$$\int_{\mathbb{R}^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\underline{\alpha} - \hat{\underline{\alpha}})^T \underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X} (\underline{\alpha} - \hat{\underline{\alpha}}) \right\} d\underline{\alpha} = 2\pi \sqrt{\det(\underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X})} \quad (21)$$

Il est alors possible d'en déduire la distribution de probabilité *a posteriori* :

$$f(V^2 | \hat{\underline{Q}}^s) = K \times \frac{f_0(V^2) \sqrt{\det(\underline{X}^T \underline{\Sigma}^{-1} \underline{X})}}{\sqrt{\det(\underline{\Sigma})}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \hat{\underline{\alpha}} \right)^T \underline{\Sigma}^{-1} \left( \hat{\underline{Q}}^s - \underline{X} \hat{\underline{\alpha}} \right) \right\} \quad (22)$$

La constante K peut être déterminée par intégration numérique afin de garantir que  $f(V^2 | \hat{\underline{Q}}^s)$  est une fonction de densité de probabilité. Comme estimation ponctuelle de  $V^2$  on peut ensuite utiliser la moyenne de cette distribution *a posteriori*. Cette valeur est positive et peut alors servir comme base de classification des modèles régionaux.

L'étude de l'importance du biais régional sur l'ensemble des sites peut être effectuée en posant *a priori*  $\alpha_0 = 0$  et  $\alpha_1 = 1$ . Dans ce cas, le biais sera confondu dans l'estimation de  $V^2$  et la différence entre les deux estimations de  $V^2$  constitue donc une estimation du biais d'un modèle régional.

#### 4 – CONCLUSION

On doit fréquemment estimer des quantiles  $Q_T$  (débit de période de retour T) en des sites où l'on dispose de peu voire même d'aucune information hydrologique. Pour cela, on est amené à considérer une estimation régionale qui consiste à utiliser l'information disponible en des sites semblables au site

d'intérêt d'un point de vue hydrologique, formant ainsi une même région homogène. Cette approche d'estimation régionale comprend deux étapes :

- la détermination de la région homogène (DRH) (sites pertinents au site d'intérêt) ;
- l'estimation régionale proprement dite.

Après avoir discuté les méthodes de détermination des régions homogènes (DRH) et les méthodes d'estimation régionale (MER), on propose des méthodologies générales de comparaison des différentes combinaisons de DRH et MER. Il est en effet important, pour un découpage donné, de pouvoir classer les méthodes d'estimation régionale. Cet article propose trois approches permettant de comparer les différents modèles régionaux :

- la méthode basée sur des simulations par la méthode du bootstrap (un aspect original de cette approche est de considérer le bootstrap vectoriel) ;
- la méthode de Bayes empirique ;
- la méthode bayésienne hiérarchique.

Dans chaque cas, on présente en détail les indices permettant de comparer et de classer les différents modèles d'estimation régionale. Cette méthodologie de comparaison doit être appliquée dans une zone particulière du Canada (Québec-Ontario) pour laquelle on dispose de données suffisantes et de bonne qualité.

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué dans le cadre de recherches financées par le programme stratégique du Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et Génie du Canada (Subvention no STR0118482). Les auteurs souhaitent également remercier leurs collègues Louis Mathier (INRS-Eau), Fahim Ashkar (Université de Moncton), Kaz Adamowski (Université d'Ottawa), Van Nguyen (Université McGill), Jean Rousselle (École polytechnique, Montréal) et René Roy (Hydro-Québec) participant à ce projet.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- |  |  |
|--|--|
| ACREMAN M.C., WILTSHIRE S.E., 1989. The regions are dead : long live the regions. Methods of identifying and dispensing with regions for flood frequency analysis. <i>IAHS, Publ. no. 187</i> , 175-188. | BERNIER J., 1990. Les incertitudes hydrologiques dans les problèmes de dimensionnement d'ouvrages. Valeur des informations locales et spatiales. <i>Revue des sciences de l'eau</i> , 3 (1), 37-53 |
| BEABLE M.E., MCKERCHAR A.I., 1982. Regional flood estimation in New Zealand. Nat. Water and Soil Conservation Org., Water Soil Tech. Publ., No. 20.  | BOX G.E.P., TIAO G.C., 1973. Bayesian inference in statistical analysis. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Mass.   |

- BURGES S.J., 1972. Some problems with log-normal Markov runoff models. *J. Hydraul. Div. (ASCE)*, 98 (9), 1487-1496.
- BURN D.H., 1989. Cluster analysis as applied to regional flood frequency. *J. Water Resour. Plann. Manage. (ASCE)*, 115 (5), 567-582.
- BURN D.H., 1990a. An appraisal of the 'region of influence' approach to flood frequency analysis. *Hydrol. Sci. J.*, 35 (2), 149-165.
- BURN D.H., 1990b. Evaluation of regional flood frequency analysis with a region of influence approach. *Water Resour. Res.*, 26 (10), 2257-2265.
- CUNNANE C., 1988. Methods and merits of regional flood frequency analysis. *J. Hydrol.*, 100, 269-290.
- CUNNANE C., NASH J.E., 1974. Bayesian estimation of frequency of hydrologic events. *IAHS, Publ. no. 100*, 47-55.
- DALRYMPLE T., 1960. Flood frequency methods, *U.S. Geol. Surv. Water Supply Pap.*, 1543A, 11-51.
- DE FINETTI B., 1937. La prévision : ses lois logiques, ses sources subjectives. *Ann. Inst. H. Poincaré*, 7, 1.
- EFRON B., 1979. Bootstrap methods : Another look at the jackknife. *Ann. Stat.*, 7, 1-26.
- HOSKING J.R.M., WALLIS J.R., 1988. The effect of intersite dependence on regional flood frequency analysis. *Water Resour. Res.*, 24 (4), 588-600.
- HOSKING J.R.M., WALLIS J.R., WOOD E.F., 1985. An appraisal of the regional flood frequency procedure in the UK Flood Studies Report. *Hydrol. Sci. J.*, 30 (1), 85-109.
- KUCZERA G., 1982. Combining site-specific and regional information : An empirical Bayes approach. *Water Resour. Res.*, 18 (2), 306-314.
- KUCZERA G., 1983. Effect of sampling uncertainty and spatial correlation on an empirical Bayes procedure for combining site and regional information. *J. Hydrol.*, 65, 373-398.
- LETENMAIER D.P., POTTER K.W., 1985. Testing flood frequency estimation methods using a regional flood generating model. *Water Resour. Res.*, 21 (12), 1903-1914.
- LETENMAIER D.P., WALLIS J.R., WOOD E.F., 1987. Effect of regional heterogeneity on flood frequency estimation. *Water Resour. Res.*, 23 (2), 313-324.
- MEJIA J.M., RODRIGUEZ-ITURBE I., CORDOVA J.R., 1974. Multivariate generation of mixtures of normal and log normal variables, *Water Resour. Res.*, 10 (4), 691-693.
- MOSLEY M.P., 1981. Delimitation of New Zealand hydrologic regions. *J. Hydrol.*, 49, 173-192.
- NERC (Natural Environment Research Council), 1975. *Flood Studies Report*. NERC, London.
- STEDINGER J., 1980. Estimating correlations in multivariate streamflow models. *Water Resour. Res.*, 17 (1), 200-208.
- STEDINGER J., 1983. Estimating a regional flood frequency distribution. *Water Resour. Res.*, 19 (2), 503-510.
- STEDINGER J.R., TASKER G.D., 1985. Regional hydrological analysis. 1. Ordinary, weighted, and generalized least squares compared. *Water Resour. Res.*, 21 (9), 1421-1432.
- STEDINGER J.R., TASKER G.D., 1986. Regional hydrologic analysis. 2. Model-error estimators, estimation of sigma and log-Pearson Type 3 distributions. *Water Resour. Res.*, 22 (10), 1487-1499.
- VICENS J., RODRIGUEZ-ITURBE I., SCHAAKE J.C., 1975. A Bayesian framework for the use of regional information in hydrology. *Water Resour. Res.*, 11 (3), 405-414.
- WALLIS J.R., 1980. Risk and uncertainties in the evaluation of flood events for the design of hydrologic structures. In E. Guggino, G. Rossi et E. Todini (eds.), *in Piene e Siccità*, Fondazione Politecnica del Mediterraneo Catania, Erice, Italy, 3-36.
- WILTSHIRE S.W., 1985. Grouping basins for regional flood frequency analysis. *Hydrol. Sci. J.*, 30 (1), 151-159.
- WILTSHIRE S.W., 1986a. Regional flood frequency analysis I : Homogeneity statistics. *Hydrol. Sci. J.*, 31 (3), 321-333.
- WILTSHIRE S.W., 1986b. Regional flood frequency analysis II : Multivariate classification of drainage basins in Britain. *Hydrol. Sci. J.*, 31 (3), 335-346.
- WOOD E.F., RODRIGUEZ-ITURBE I., 1975. Bayesian inference and decision making for extreme hydrologic events. *Water Resour. Res.*, 11 (4), 533-542.